

## Estudiemos algunas transformaciones a las figuras

### Estudiemos la semejanza entre las figuras

Trabaja solo.

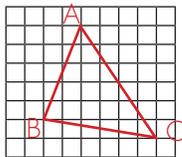


Figura 1  
Cada cuadrado mide 0,5 cm

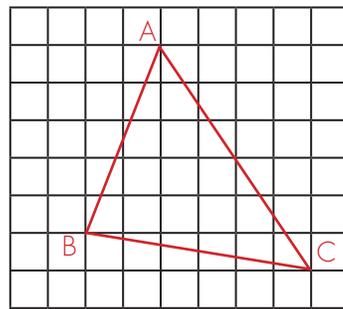


Figura 2  
La relación es el doble de la figura 1.

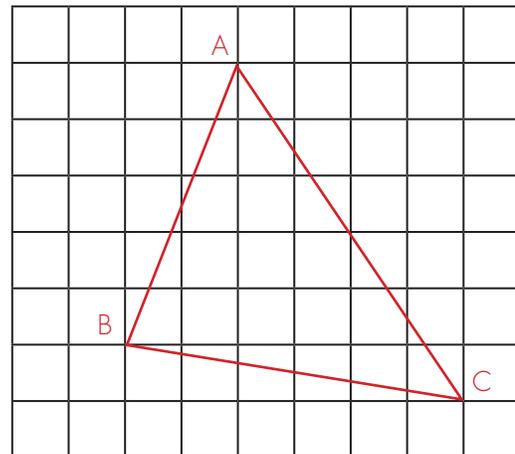


Figura 3  
La relación es el triple de la figura 1.

Analiza los siguientes enunciados y di si son verdaderos o falsos.

- Los triángulos de la figura 1 y 2 coinciden en la medida de sus ángulos internos.
- Los triángulos de la figura 1 y 3 coinciden en la medida de sus ángulos internos pero no son congruentes.
- Los triángulos de la figura 2 y 3 coinciden en la medida de sus ángulos internos y en la medida de la longitud de los lados.

Los triángulos de las cuadrículas no son congruentes, pero tienen algo en especial: sus ángulos internos correspondientes tienen la misma amplitud. Los tres ángulos A de cada uno de los triángulos tienen la misma amplitud, lo mismo los B y los C.

Este hecho de la coincidencia de la amplitud de los ángulos nos hace verlos como "de la misma forma", son versiones distintas de tamaños diferentes de un mismo triángulo. Los triángulos de las figuras 2 y 3 son ampliaciones del triángulo de la figura 1.

2. Mide los ángulos y los lados de los tres triángulos dibujados en las cuadrículas y llena la tabla.

Ángulo	Lado	Figura 1		Figura 2		Figura 3	
		Medida Ángulo	Medida lado	Medida Ángulo	Medida lado	Medida Ángulo	Medida lado
A	$\overline{AB}$						
B	$\overline{BC}$						
C	$\overline{AC}$						

La medida de los lados es distinta pero se puede establecer una relación entre ellos. Estudia el ejemplo que ofrece **Alejo**. Llena la tabla estableciendo la relación entre los lados de sus figuras.



El lado  $\overline{AB}$  en la figura 1 mide: 5,3 cm y el lado en la figura 2 mide 10,6 cm.

Entonces la razón entre la longitud de estos lados es:

$$\frac{10,6}{5,3} = \frac{2}{1}$$

Usa la calculadora.

La razón entre el lado AB del triángulo 1 y el lado AB del triángulo 2 es 2 a 1. En otras palabras, la longitud del lado AB del triángulo 2 es el doble de la del triángulo 1.

Razones entre los lados de la figura 2 y los lados de la figura 1	
La razón de la longitud del lado $\overline{AB}$ de la figura 2 y la del lado $\overline{AB}$ de la figura 1.	
La razón del lado $\overline{AC}$ de la figura 2 y la del lado $\overline{AC}$ de la figura 1.	
La razón del lado $\overline{BC}$ de la figura 2 y la del lado $\overline{BC}$ de la figura 1.	

Siempre que se tengan dos triángulos que posean ángulos de la misma amplitud de dos en dos, **necesariamente las razones de las longitudes de sus lados correspondientes son iguales**, así como sucede con los triángulos 1 y 2.

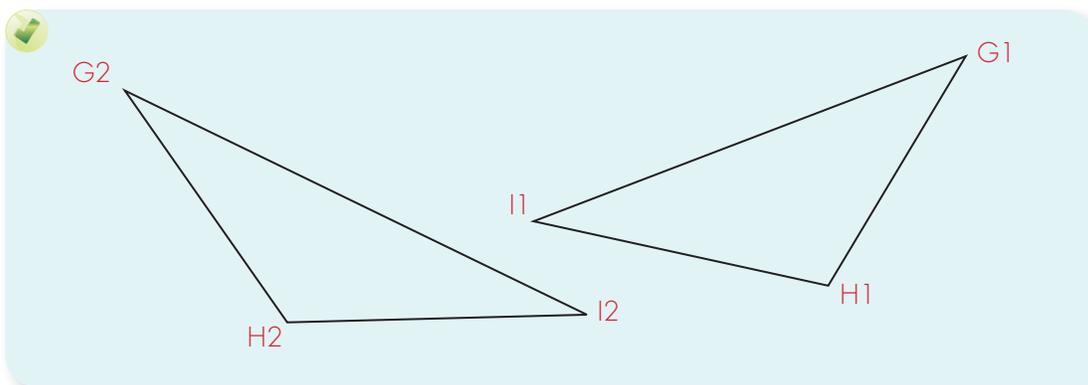
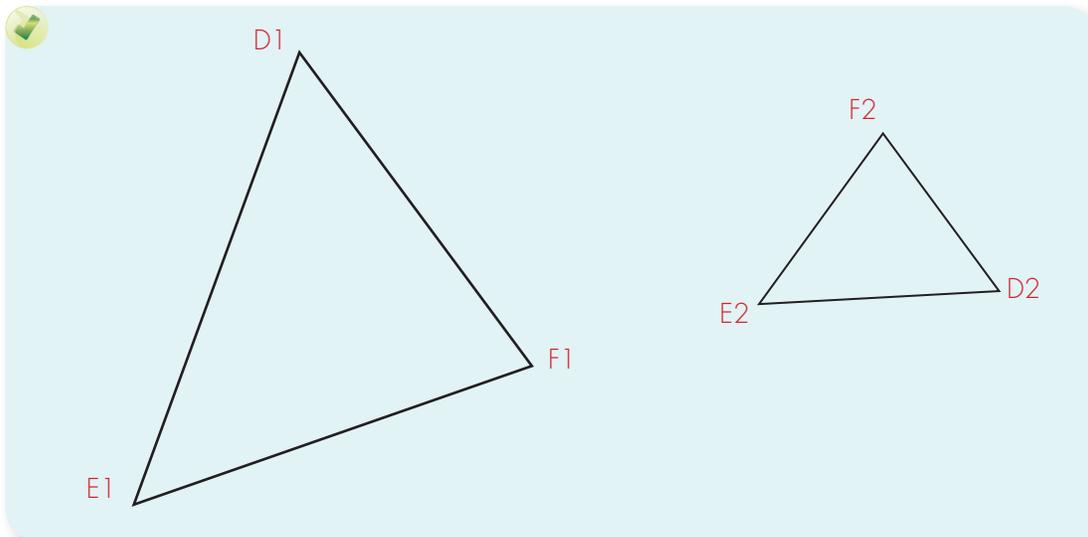
$$\frac{\overline{AB} \text{ del triángulo 1}}{\overline{AB} \text{ del triángulo 2}} = \frac{\overline{AC} \text{ del triángulo 1}}{\overline{AC} \text{ del triángulo 2}} = \frac{\overline{BC} \text{ del triángulo 1}}{\overline{BC} \text{ del triángulo 2}}$$

Como las razones entre las longitudes de los lados son iguales, se acostumbra a decir que las longitudes de los lados son proporcionales, o, para abreviar, simplemente que **son proporcionales**.

Trabaja solo.



3. Investiga si los siguientes pares de triángulos son semejantes. Si los triángulos son semejantes, escribe las razones correspondientes para determinar que los lados son proporcionales.

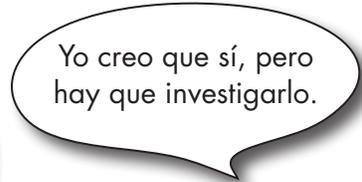




4. Investiguen si las longitudes de los lados correspondientes de los dos triángulos 1 y 3 son proporcionales, así como en la actividad 2 de esta guía.



¿Será que con los cuadriláteros pasa lo mismo que con los triángulos?  
¿Cada vez que se tienen dos cuadriláteros cuyos ángulos tienen la misma amplitud de dos en dos, sus lados correspondientes son proporcionales?



Yo creo que sí, pero hay que investigarlo.

5. Sobre una cuadrícula dibujen un cuadrilátero, así como se ilustra en la figura 1, y después hagan una nueva cuadrícula que amplíe al doble y en ella dibujen el cuadrilátero ampliado. Comparen los ángulos correspondientes e investiguen si las longitudes de los lados correspondientes son proporcionales. Elaboren tablas como las que se hicieron para el caso de los triángulos.

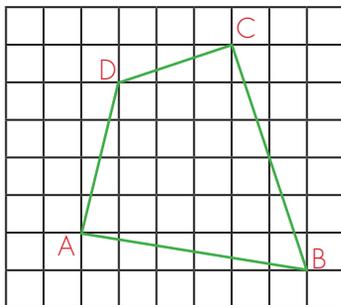
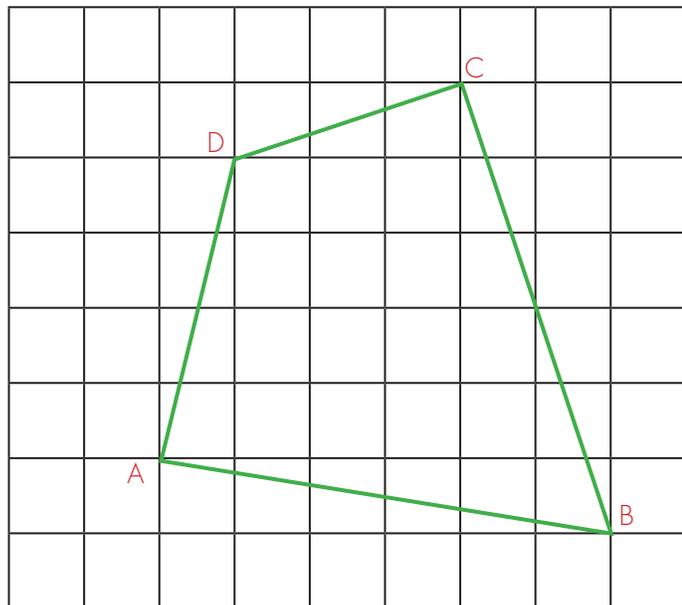
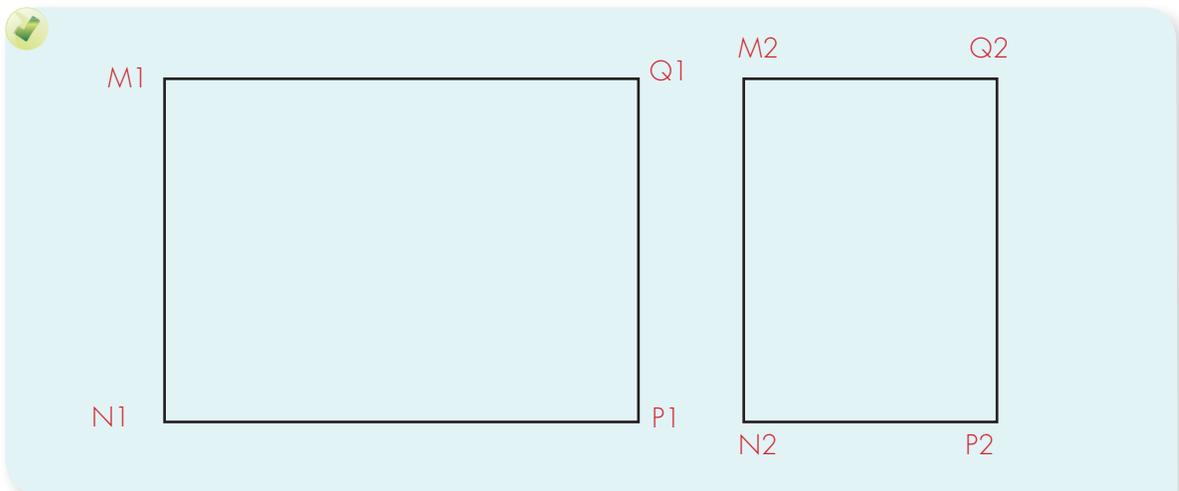
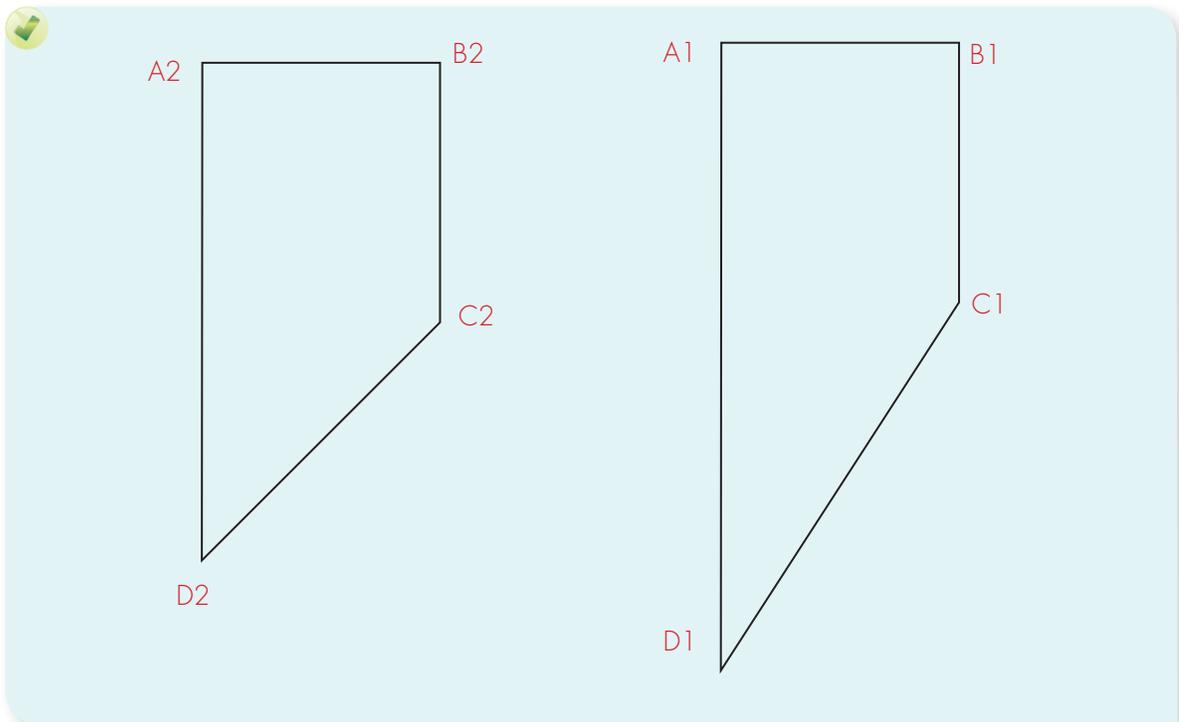


Figura 1.



6. Investiguen si los siguientes pares de cuadriláteros son semejantes. Si los cuadriláteros son semejantes, escriban las razones correspondientes para determinar que los lados son proporcionales.



7. Construyan dos cuadriláteros con palos de paletas, uno de 3, 4, 6 y 2 palos en cada lado; y el otro de longitudes al doble. ¿Los cuadriláteros son semejantes? Justifiquen sus respuestas.
- Ahora, construyan esos cuadriláteros utilizando las regletas. ¿Son semejantes estos cuadriláteros a pesar de que los ángulos son distintos?

Trabaja solo.



8. Consigue regla y compás del CRA y elabora los siguientes polígonos. Contesta las preguntas que se hacen:
- ✓ Dos cuadriláteros cuyas longitudes de sus lados sean 3 cm, 4 cm, 8 cm y 3 cm, pero que no tengan sus ángulos internos correspondientes iguales.

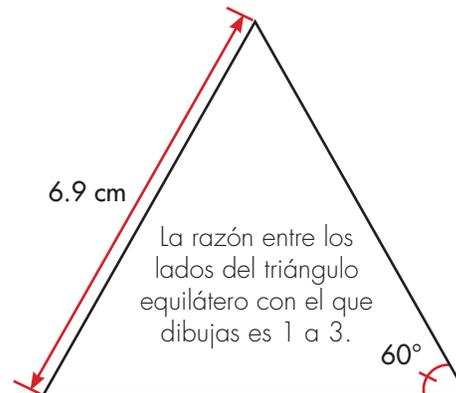
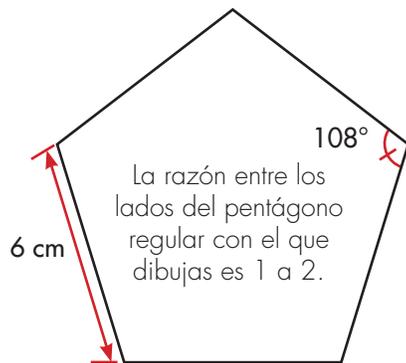
- ✓ Dos triángulos de tal forma que las longitudes de los lados de uno sean el doble de las del otro (es decir que sus lados sean proporcionales). ¿Cómo son las medidas de sus ángulos? ¿Es posible hacer un par de triángulos que tengan sus lados proporcionales y sin embargo las medidas de sus ángulos correspondientes no sean iguales?
- ✓ Dos triángulos, dos lados de 3 cm y el otro de 4 cm, el ángulo entre los lados de la misma longitud mide:  $33^\circ$ . ¿cómo son las medidas de los otros dos ángulos?, y ¿cómo las longitudes de sus lados?, ¿son proporcionales?

### Semejanza de figuras

Se dice que dos figuras son semejantes si cumplen dos condiciones:

1. La medida de los ángulos internos correspondientes son iguales.
2. Las razones entre las longitudes de lados correspondientes son iguales. Es decir las longitudes de sus lados correspondientes son proporcionales.

9. Utiliza la técnica de la cuadrícula para construir un polígono semejante que cumpla con la razón dada entre los lados.



Trabaja en grupo.



10. Verifiquen que sus dibujos sí son polígonos semejantes.

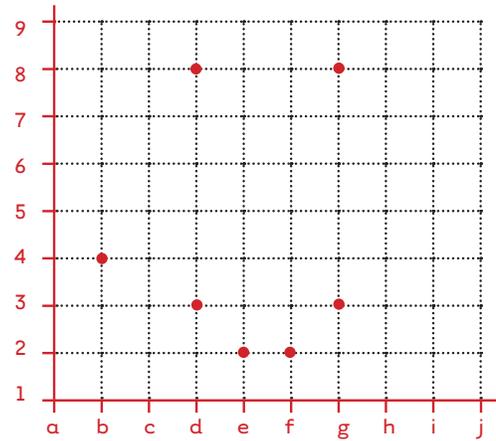
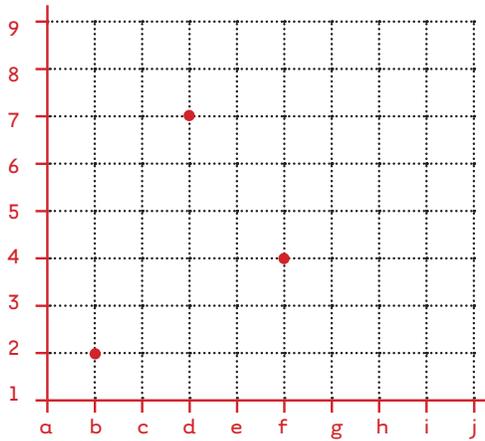
## Ubiquemos figuras en el Plano Cartesiano

Trabaja solo.



1. Une con una línea los puntos y descubre el polígono que forman esos vértices (Revisa la Guía 7 de la cartilla de tercero).

Escribe las coordenadas de cada vértice.

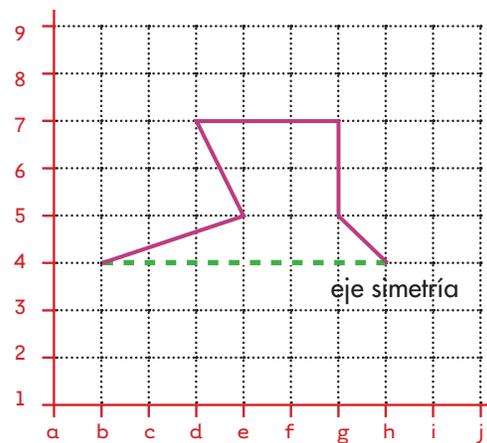
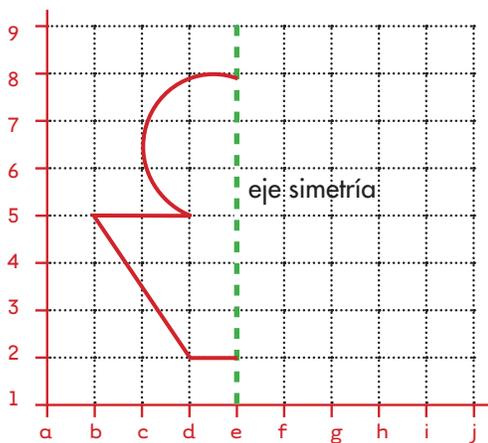


2. Ubica los siguientes vértices en un plano cartesiano:

Triángulo con los vértices en:  
(a, 4) (h, 7) (e, 2)

Hexágono con los vértices en:  
(c, 4) (d, 8) (f, 8) (g, 7) (f, 5) (i, 4)

3. En cada plano se muestra la mitad de la figura. Complétala.



Trabaja en grupo.



4. Cada uno elabora figuras incompletas sobre una cuadrícula, así como en la figura anterior, y le pide a los otros del grupo que las completen.

## La reflexión de las figuras



1. Consigan un espejo plano, calquen las figuras y coloquen el espejo en el lado que se indica con color rojo. Dibujen en el cuaderno la figura e imagen que se ve en el espejo.

Figura dada

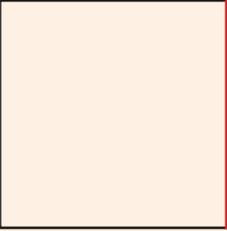
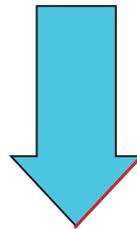
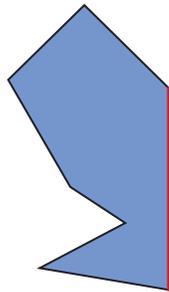
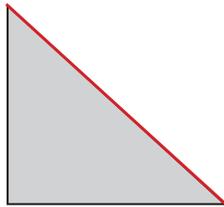


Figura que se ve con ayuda del espejo

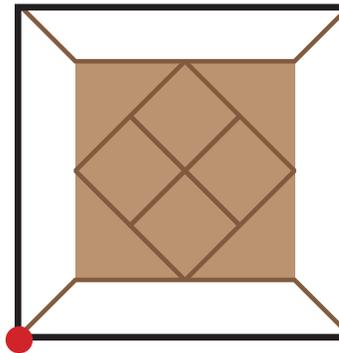
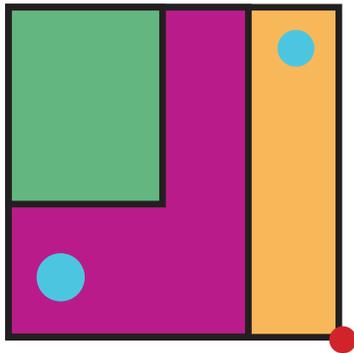
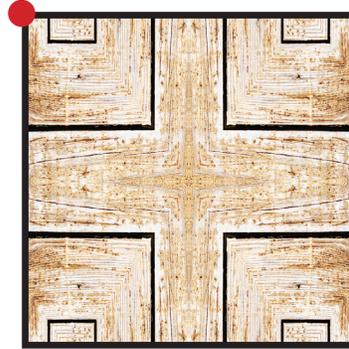
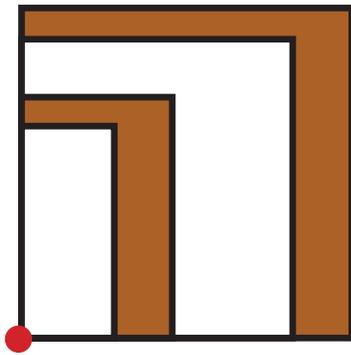


Al unir el rectángulo del papel con la imagen del espejo se duplican los lados horizontales.



- ✓ Dibujen la mitad de figuras simétricas de tal forma que se completen con la imagen del espejo.
- ✓ ¿Las figuras del papel y la que forma la imagen del espejo se pueden considerar congruentes? Justifiquen su respuesta.

2. Consigan dos espejos rectangulares e iguales y únalos con cinta por uno de los lados más largos, la idea es que quede como cuando se abre un libro. Coloquen los espejos sobre cada figura buscando que la línea de unión de los espejos caiga sobre el punto rojo y varíen la amplitud entre los espejos de  $45^\circ$  a  $90^\circ$ . Observen las figuras que se forman. Sólo dibujen el caso de  $90^\circ$  en el cuaderno.



Este es **otro tipo de simetría que se llama puntual** porque hay un punto fijo que es el vértice de los giros. Estas simetrías dan lugar a una figura compuesta por el diseño y repeticiones de una básica.

3. Escriban mensajes en el cuaderno y mírenlos a través del espejo ¿Qué observan? Ahora traten de escribir lo que observan en el espejo.
4. Descubran el mensaje:

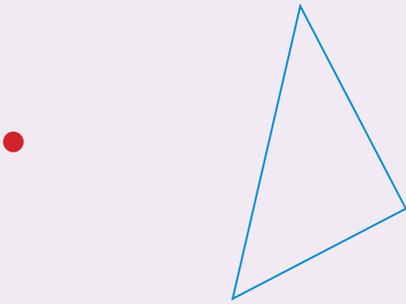
**Los documentos del pintor  
Leonardo Da Vinci se leían  
que leer con un espejo.**

## Apliquemos lo aprendido

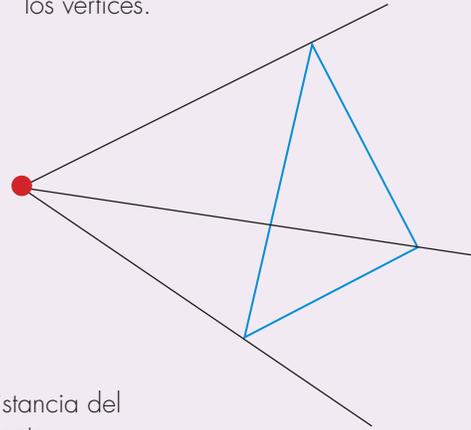


1. Existe otra técnica para ampliar una figura. Sigamos los pasos y construyamos la figura semejante.

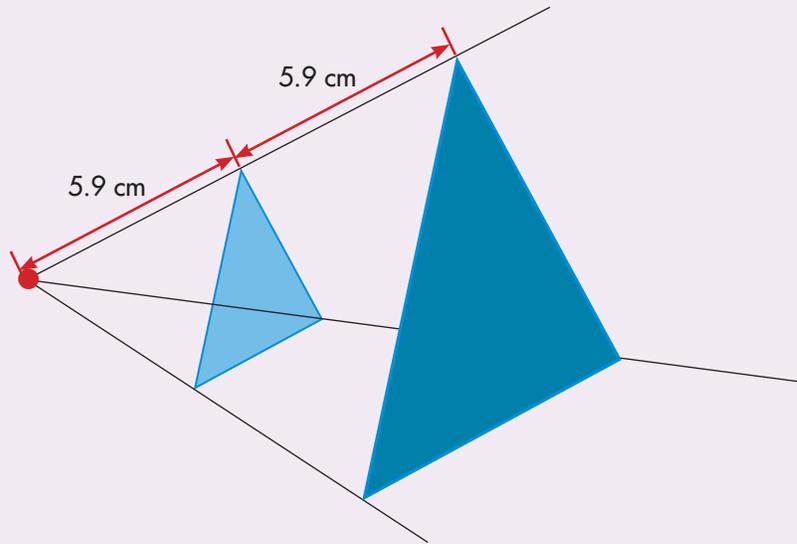
**Paso 1:** dibujen un punto y el polígono.



**Paso 2:** tracen segmentos que unan el punto a los vértices.



**Paso 3:** el factor de proporcionalidad es el doble, se toma la distancia del punto al vértice y se marca en el otro pedazo del segmento. Se hace lo mismo por cada pedazo y luego se unen los puntos.



Verifiquen que los triángulos obtenidos mediante esta técnica son semejantes.

2. Dibujen otro polígono y utilicen la técnica para duplicar su tamaño. Comprueben que sí son semejantes.

