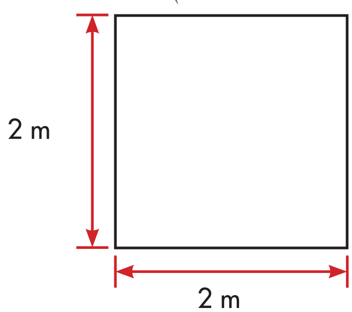
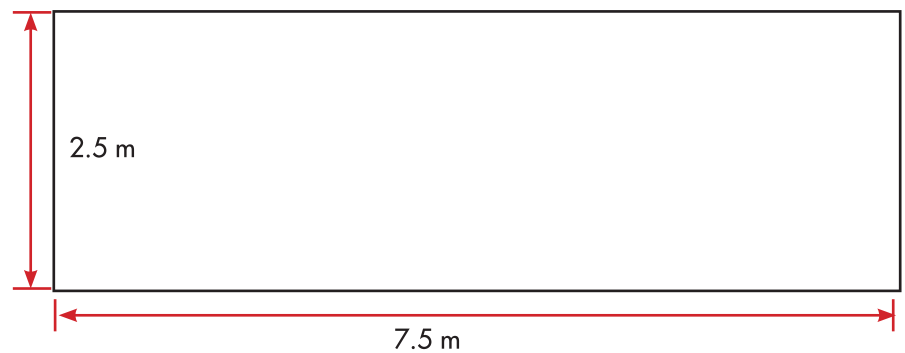
Calculemos áreas y volúmenes

Recordemos

1. En la cartilla de grado cuarto se calculó el área contando cuadrados. Utiliza esta técnica para calcular el área de las siguientes figuras:





Calcular el área de un rectángulo era contar el número de cuadrados del mismo tamaño que se podían hacer.

Área del rectángulo
7 veces 10 cuadrados de 1 dm de lado
$7 \times (10\ dm^2) = (7 \times 10)\ dm^2 = 70\ dm^2$

Para hallar el área de un rectángulo, sólo basta multiplicar el valor de la medida de un lado por el valor de la medida del otro lado. A uno de los lados se le llama base (**b**) y al otro lado se le llama altura (**a**)

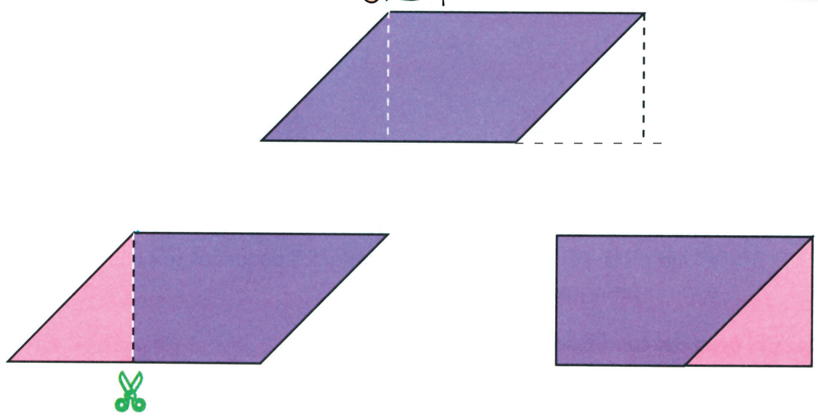
Área rectángulo $= a \times b$

Recuerda que las unidades de medida de las longitudes de los lados son iguales.

PDF-XChange Viewer Click to buy NOW! www.docu-track.com

Calculemos áreas a partir de la fórmula del área del rectángulo

Para hallar el área de un paralelogramo se transforma en un rectángulo.

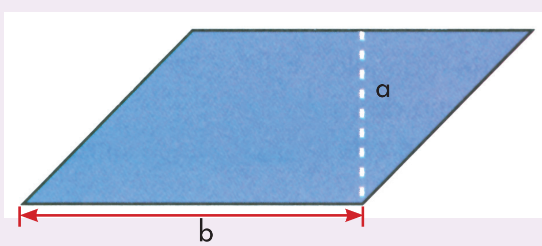


La altura de un paralelogramo es un segmento perpendicular que cae sobre el lado opuesto o su prolongación.

Ese lado opuesto se le denomina base.

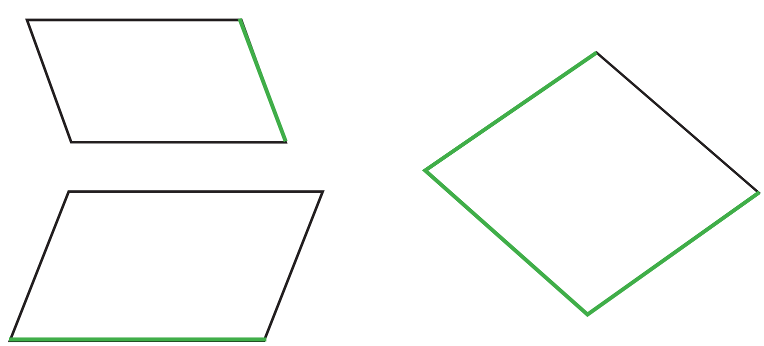
Para hallar el área de un paralelogramo se utiliza la misma fórmula del rectángulo

Área del paralelogramo = b x a

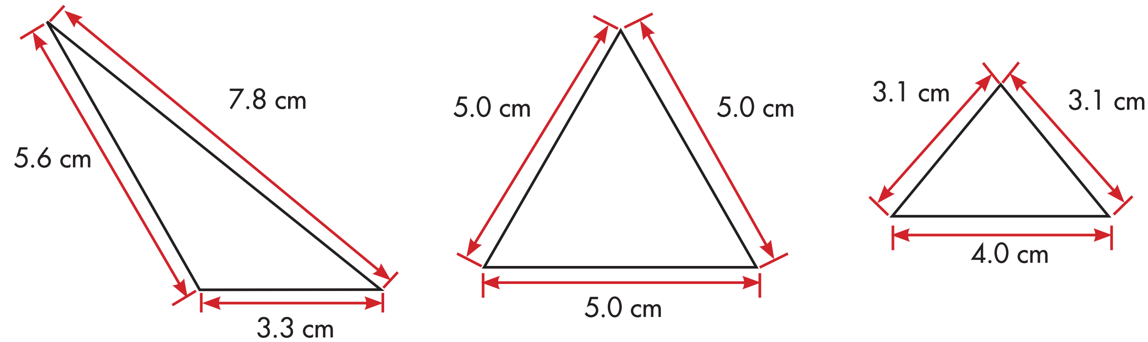


b es la longitud de unos de los lados del paralelogramo, *a* es la longitud de la altura sobre este lado.

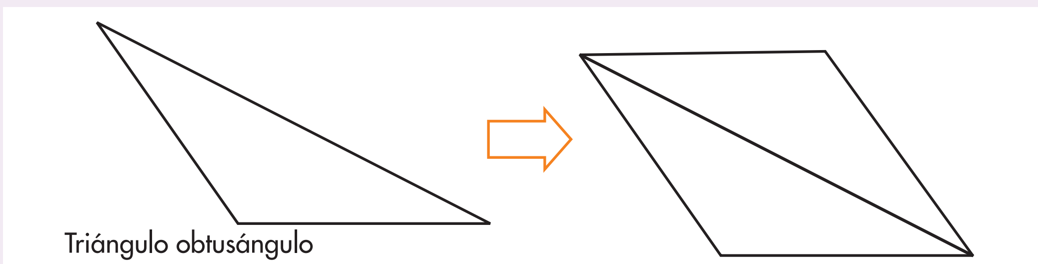
1. Traza la altura que corresponde a la base de color verde.

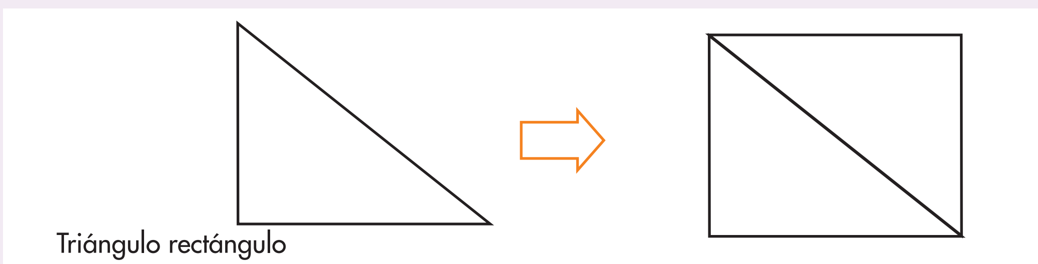


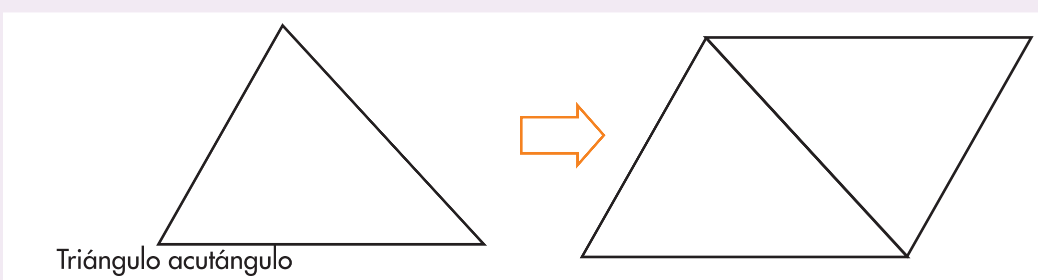
2. Dibuja cada triángulo dos veces en cartulina. Recórtalos y forma con ellos un paralelogramo.



Con dos triángulos congruentes siempre se puede construir un paralelogramo.







3. Contesta las preguntas a partir de la información del recuadro:

- ¿Qué relación multiplicativa hay entre las áreas del triángulo y la del paralelogramo? ¿Es la misma o distinta entre los diferentes triángulos?
- ¿Cuál es la relación multiplicativa que existe entre las áreas del triángulo y el paralelogramo? ¿Es la misma o distinta entre los diferentes triángulos?

Como cada vez que se tiene un triángulo cualquiera siempre es posible construir con dos de ellos un paralelogramo, tenemos que el área del triángulo es la mitad de la del paralelogramo construido, por lo tanto calcular el área es:

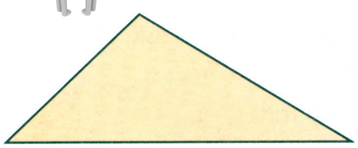
$$\text{área del triángulo} = \frac{1}{2}(\text{área del paralelogramo})$$

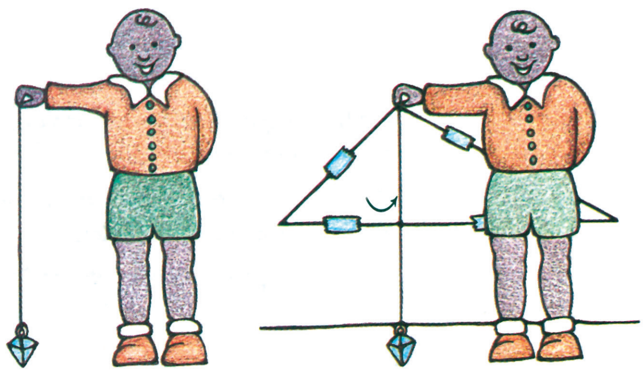
Como en páginas anteriores se mostró que con todo paralelogramo se puede construir un rectángulo que tenga la misma área, podemos afirmar que, dado cualquier triángulo se puede construir un rectángulo cuya área es el doble de la del triángulo por lo tanto el área es:

$$\text{área del triángulo} = \frac{1}{2}\ \text{área del rectángulo}$$

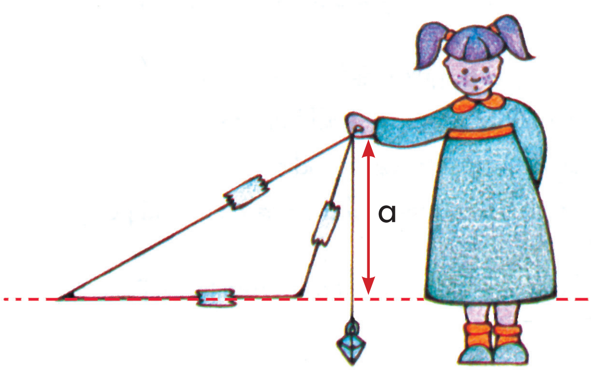
Trabaja en grupo

4. Hagan lo que se les pide para hallar la altura de un triángulo.





Hagan una plomada con un hilo y un peso pequeño amarrado a uno de los extremos. Con ayuda de la plomada determinen la altura del triángulo.



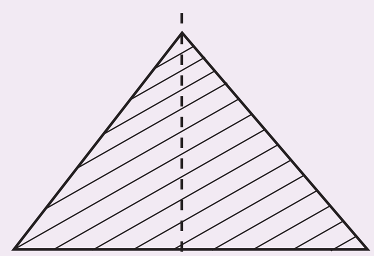
- Apoyen un lado del triángulo sobre el borde de una mesa. Coloquen la plomada de tal manera que el hilo pase por el vértice superior. El largo del hilo desde el vértice hasta el lado que coincide con la mesa es la altura del triángulo sobre ese lado. Mídanla.

Es posible que el hilo no pase sobre el lado del triángulo, pero el borde de la mesa es como la "prolongación" del lado.

PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com

- Midan la longitud del lado opuesto al vértice en el que se le colocó la plomada.
- Calculen el área del triángulo con estos datos.
- Coloquen el triángulo sobre otro de sus lados y realicen el procedimiento anterior para determinar las medidas de la altura y de ese lado. Calculen nuevamente el área con los datos obtenidos.
- Si colocan el triángulo sobre el tercer lado, midan la altura y la longitud del lado correspondiente y hallan de nuevo el área, ¿qué resultado creen que obtendrían?
- Comparen los valores calculados del área de los triángulos. ¿Se podría decir que es el mismo valor? Justifiquen sus respuestas.

Para hallar **el área de un triángulo:**



Se escoge uno de los lados.

Se encuentra la distancia desde este lado al vértice opuesto. La distancia es la perpendicular.

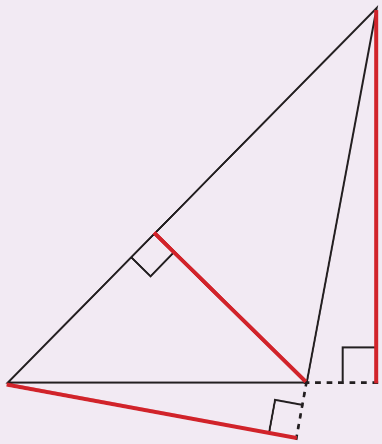
Se multiplica la longitud del lado por la longitud de la distancia y este producto se divide entre 2.

Se escribe en forma corta así: $\frac{b \times a}{2}$

Al lado que se escoge se llama base y se escribe b. A la distancia del lado escogido hasta el vértice opuesto se llama altura y se escribe a.

5. Calculen en cada caso el área usando las fórmulas estudiadas hasta el momento:

- El área de un paralelogramo cuya altura es 5 cm y la base 12 cm.
- El área de un cuadrado cuya altura es 3 cm y la base 3 cm.
- El área de un rectángulo cuya altura es 12 dm y la base 4 dm.
- El área de un triángulo cuya altura es 15 m y altura 8 m.



En los triángulos se pueden identificar tres alturas

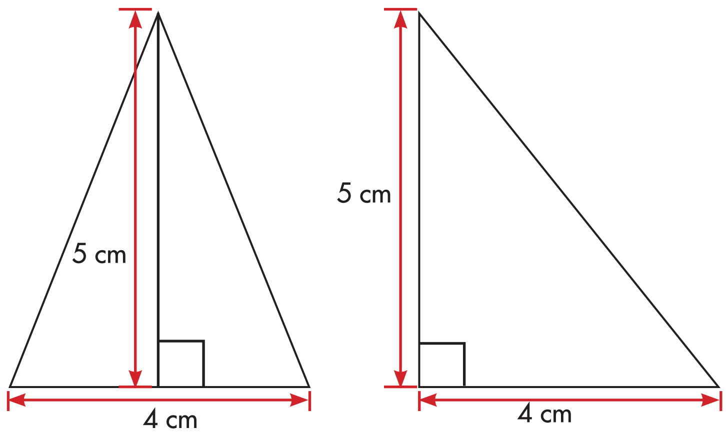
Toda altura de un triángulo es un segmento perpendicular que parte de un vértice y cae sobre el lado opuesto o su prolongación.

Ese lado opuesto se le denomina base.

Los segmentos rojos son las 3 alturas de ese triángulo

6. Resuelve las siguientes preguntas:

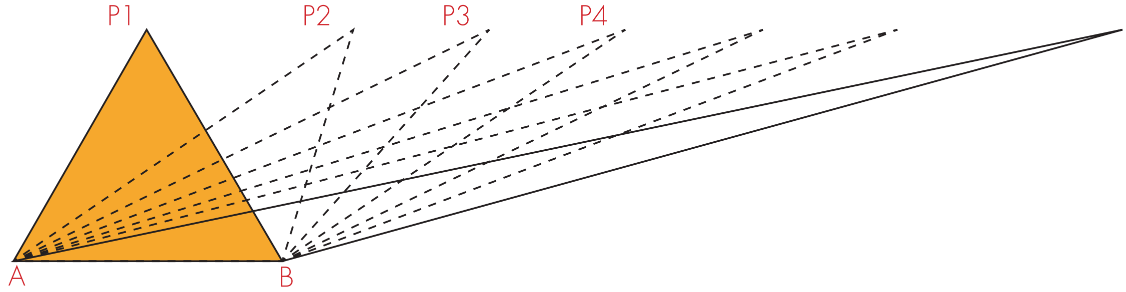
- ¿Los dos triángulos tienen la misma área?



- ¿Es posible dibujar tres triángulos distintos que coincidan en su base y tengan áreas iguales a las de este par?

- ¿Se podrán dibujar más triángulos que cumplan con la condición anterior?

7. Imagina que sobre un geoplano se construyen diferentes triángulos ABP1, ABP2, ABP3,…, así como se ilustra.

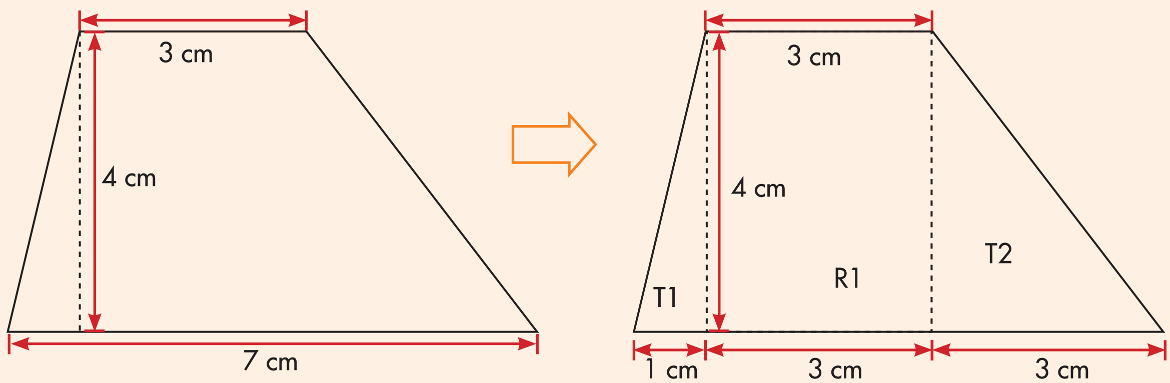


- ¿Todos estos triángulos tienen la misma área?

- ¿Cuántos triángulos distintos de la misma altura y la misma base se podrían hacer?

Para calcular el área de otras figuras conviene transformarlas en otras que ya se conocen.

Por ejemplo: para calcular el área de este trapecio, la figura se transforma en dos triángulos y un rectángulo.



$T_1 = \frac{1}{2} \times (1 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) = \frac{1}{2} \times (1 \times 4)\text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \times (4 \text{ cm}^2) = 2 \text{ cm}^2$

$R_1 = (3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) = (3 \times 4)\text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$

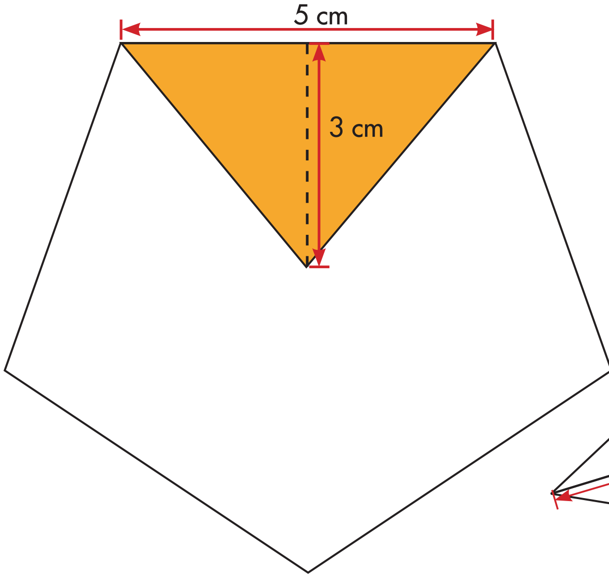
$T_2 = \frac{1}{2} \times (3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}) = \frac{1}{2} \times (3 \times 4)\text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \times (12 \text{ cm}^2) = 6 \text{ cm}^2$

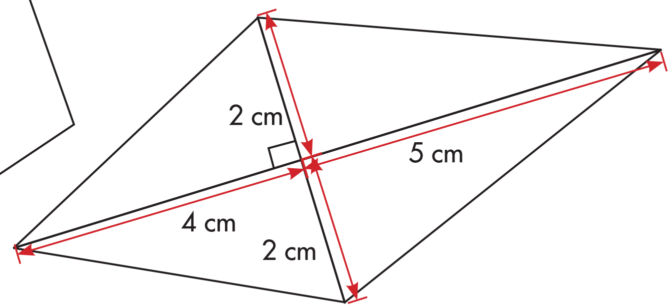
El valor del área total:

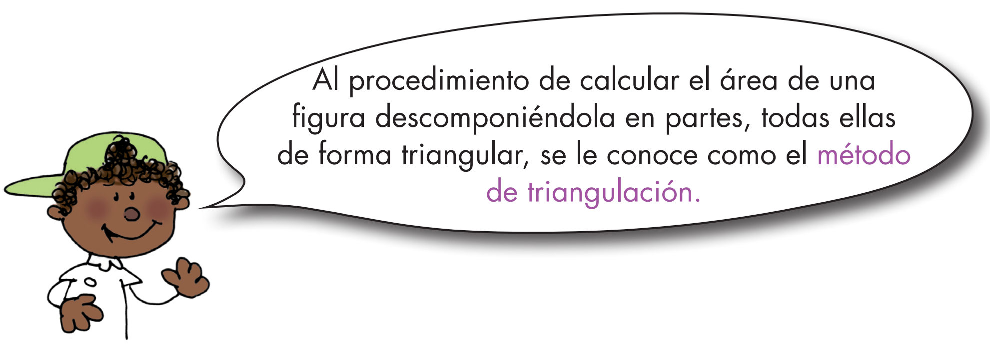
$$2 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$$

R. el área del trapecio es 20 cm^2

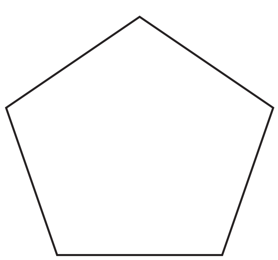
8. Calcula el área de las figuras así como se mostró con el ejemplo del trapecio.

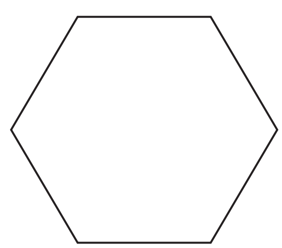




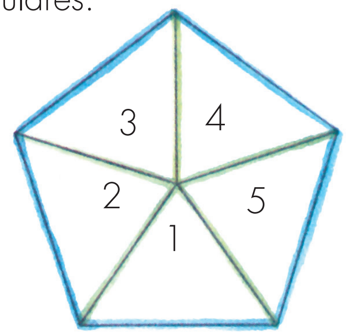


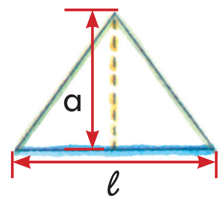
9. Dibujen en sus cuadernos un hexágono y un pentágono, ambos polígonos regulares; triangulen cada figura. Calculen el área de cada triángulo. Con estos valores hallen el valor del área de cada polígono.





10. Estudien una propuesta de triangulación para calcular el área de los siguientes polígonos regulares.





El pentágono queda triangulado en 5 triángulos de la mima forma y tamaño.

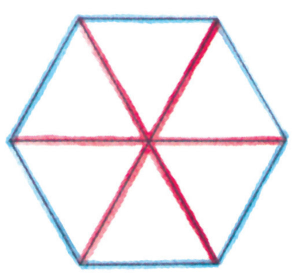
A ⬠ = A △1 + A △2 + A △3 + A △4 + A △5

A ⬠ $= \dfrac{\ell \times a}{2} + \dfrac{\ell \times a}{2} + \dfrac{\ell \times a}{2} + \dfrac{\ell \times a}{2} + \dfrac{\ell \times a}{2}$

A ⬠ $= \dfrac{5\ell \times a}{2}$

A ⬠ $= \dfrac{p \times a}{2}$

Observen que se ha escogido trazar la altura del triángulo sobre el lado que corresponde al lado del pentágono. En este caso, esta altura se llama apotema del polígono.



Mi cometa es hexagonal, cada lado mide 15 cm…; adivinen cuánto mide su contorno y cuántos cm^2 de papel me gasté en su cara.

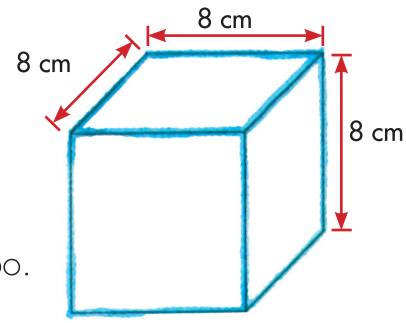
"La apotema mide 13 cm aproximadamente".

El hexágono queda triangulado en 6 triángulos de la misma forma y tamaño.

A ⬡ $= \dfrac{6\,\ell \times a}{2} = \dfrac{p \times a}{2}$

Algunas fórmulas para calcular volumen

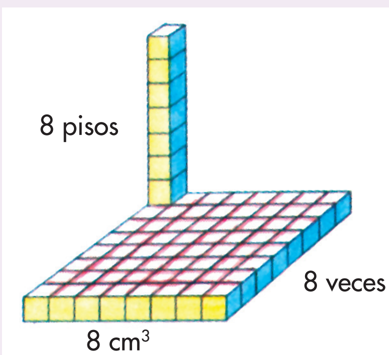
1. Calcula:



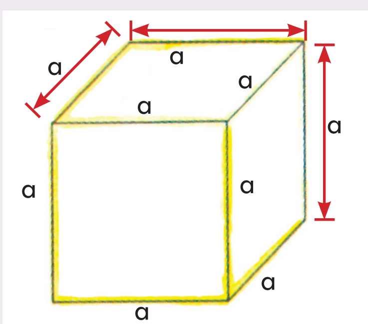
- El volumen del cubo.
- El área total de las caras del cubo.
- El valor de la suma de las aristas del cubo.

(Sugerencia: revisa los procedimientos de las Guías 12 y 14 de la cartilla de cuarto).

2. Estudia el método de Alejo.



Para hallar el volumen
En el primer piso; 8 **x** 8 cm^3 **=** 64 cm^3
En los 8 pisos: 8 **x** 64 cm^3 **=** 512 cm^3
Volumen del cubo = 8cm **x** 8 cm **x** 8 cm **=** 512 cm^3



Volumen de cubo = a **x** a **x** a **=** a^3

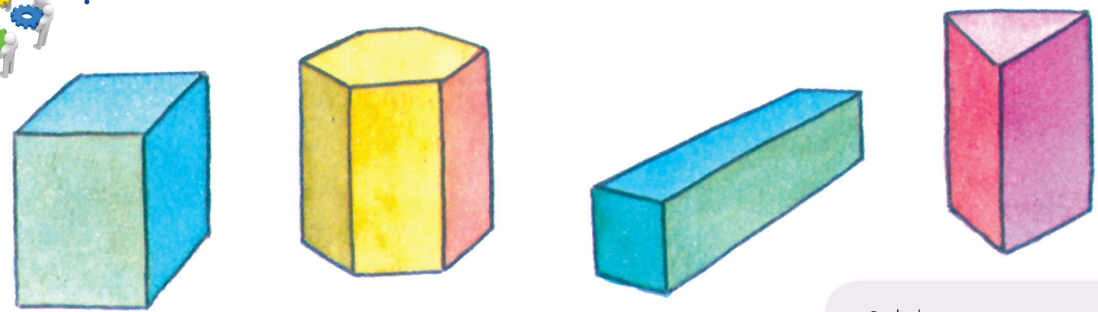
3. Calcula el volumen del cubo.

- La arista mide 4 m
- La arista mide 6 dm

PDF-XChange Viewer Click to buy NOW! www.docu-track.com

Trabaja en grupo

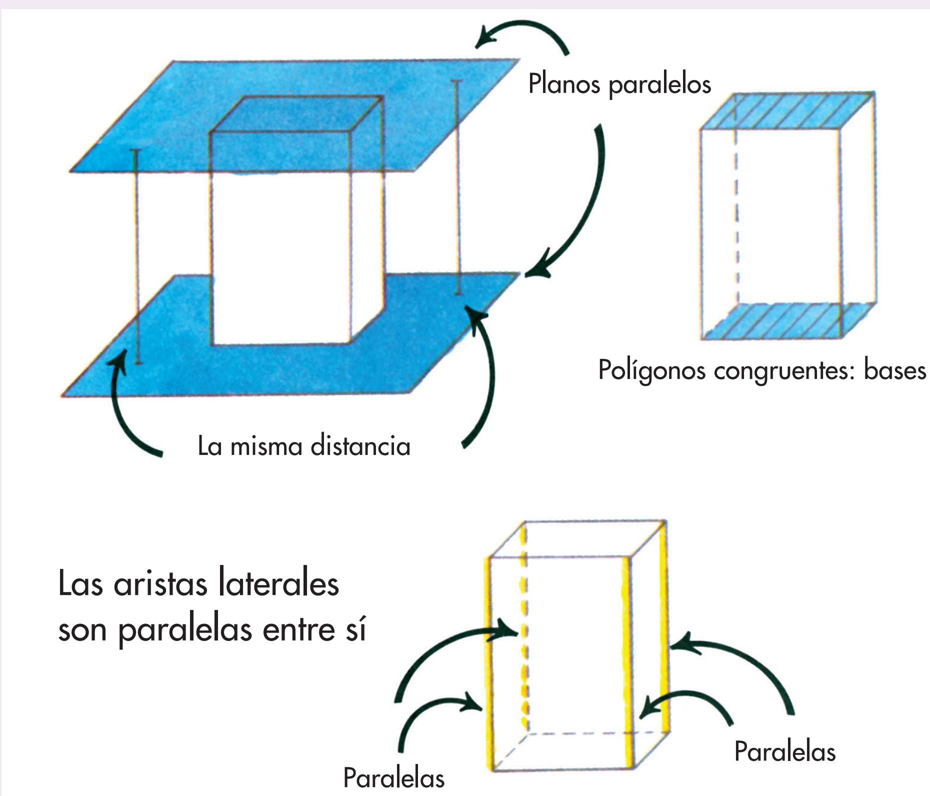
4. Qué tienen en común los sólidos que se muestran.



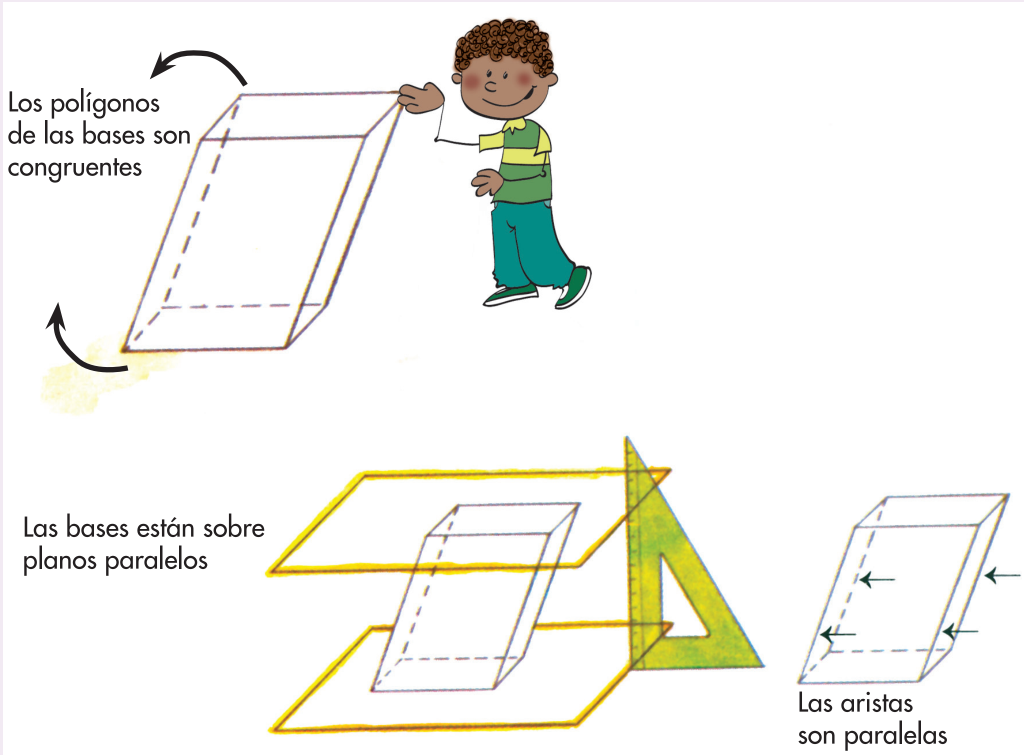
Sólidos como éstos se llaman **prismas**.

- Escriban las características que los identifican.
- Construyan los sólidos con los troquelados del CRA o con los polígonos que se elaboraron en la Guía 15 de la cartilla de tercero.

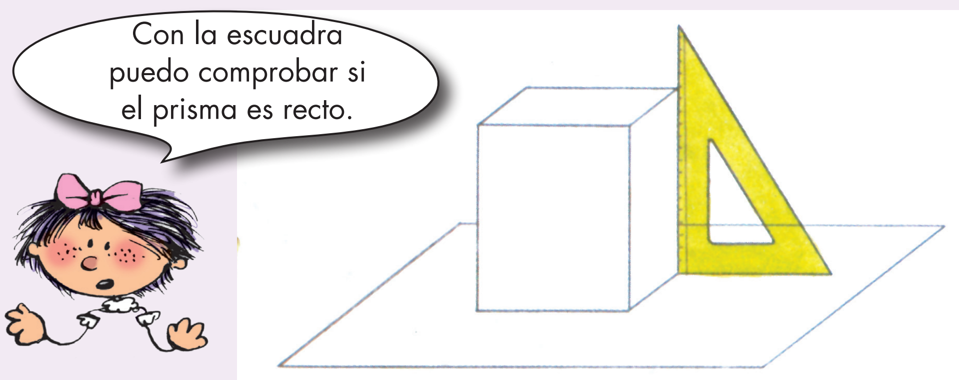
Los prismas tienen dos caras que son polígonos congruentes y que están ubicadas en planos paralelos, así como se muestra en la figura.



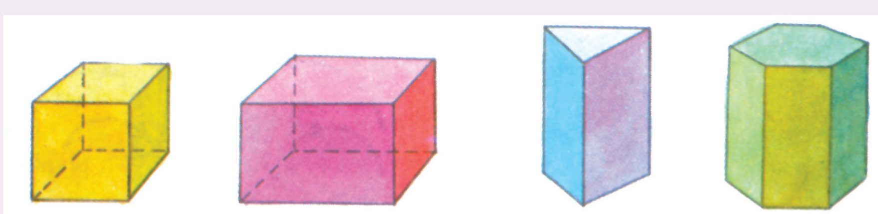
Existen prismas oblicuos que son como los de la figura



Cuando las aristas laterales de un prisma son perpendiculares a los planos de las bases lo llamamos prisma recto.



Por la forma del polígono de las bases se puede dar un nombre a los prismas.



Cuadrangular Rectangular Triangular Hexagonal

5. Imaginen que tienen un prisma en el que sus aristas sólo miden 6 cm y 20 cm. Hagan lo que se les pide.

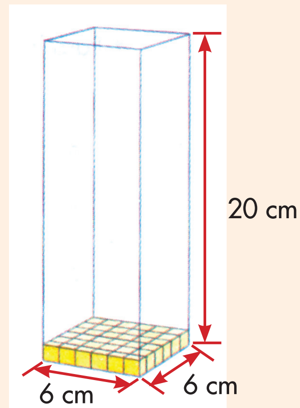
- Dibujen los posibles prismas que tienen esas medidas. ¿Todos tienen el mismo volumen?
- Uno de las posibles figuras es un prisma cuadrangular recto. Estudien cómo se calcula el volumen.

Un primer piso: 6 **x** 6 cm^3 **=** 36 cm^3

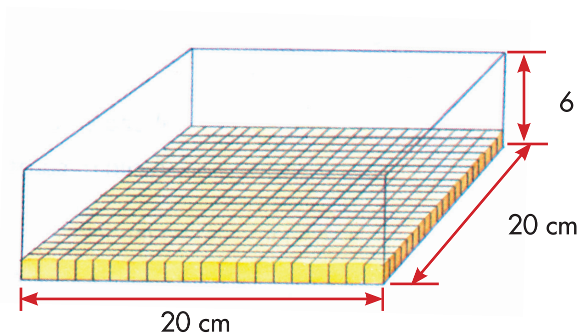
En 20 pisos: 20 **x** 36 cm^3 **=** 720 cm^3

Volumen del prisma= 6 cm **x** 6cm **x** 20 cm

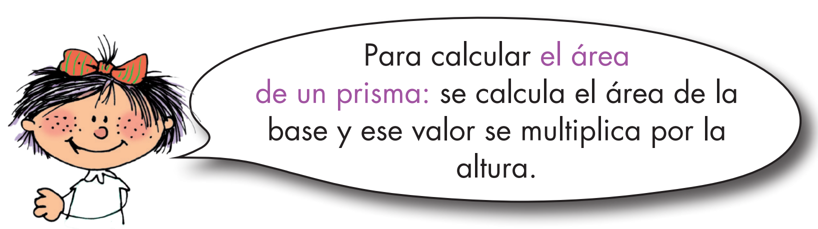
Volumen del prisma = 720 cm^3



- Calculen el volumen del prisma si es como el de la figura.



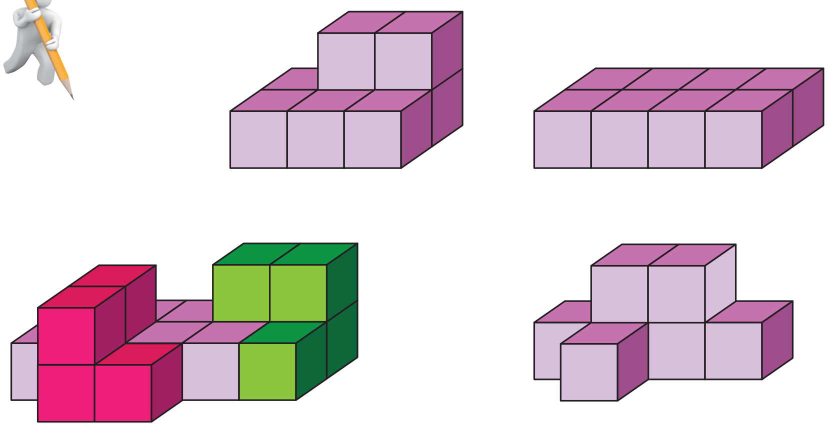
- Discutan sobre una posible fórmula para calcular el volumen de cualquier prisma. Escriban la posible regla.
- Digan si Mariana tiene razón sobre la fórmula de calcular el área de cualquier prisma. Justifiquen su respuesta.



Calculemos volúmenes y áreas de algunos objetos

Trabaja solo

1. Calculen el volumen de los siguientes policubos. Si la arista de cada cubo mide 3 cm.



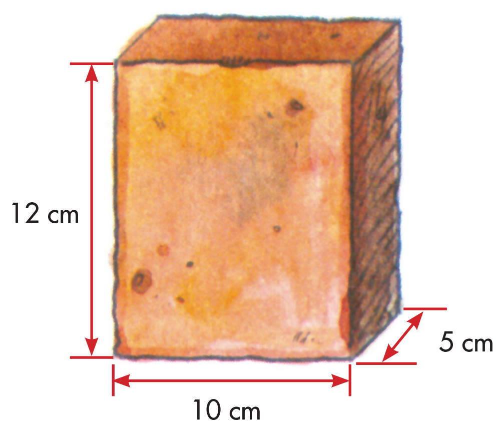
Polícubos: son sólidos formados por cubos.

Trabaja en grupo

2. Doña Rosario en su negocio se ha dado cuenta que muchos clientes compran con frecuencia 6 panelas. Ella desea preparar empaques que contengan este número de panelas.

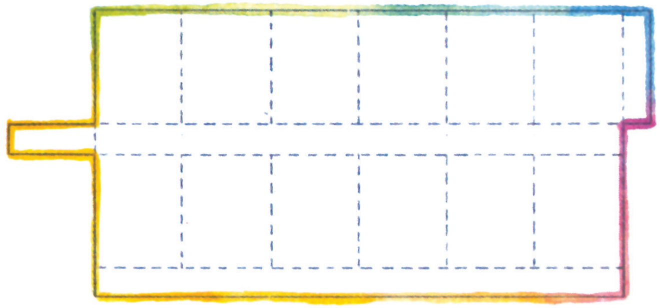
Las medidas de la panela son las que se muestran en la figura.

- ¿Qué forma tiene la panela?
- ¿Cuál es el volumen de una panela?

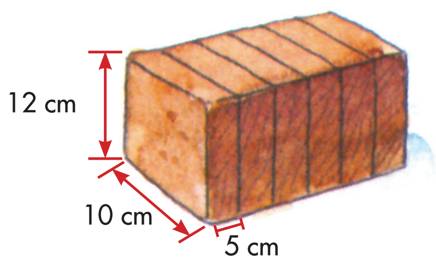


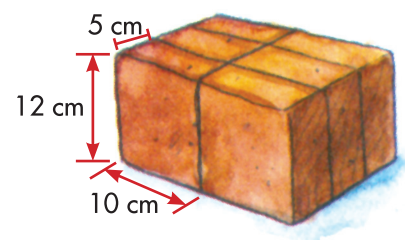
- Dibujen todas las posibles formas que tiene doña Rosario para empacar las 6 panelas.
- ¿La manera como coloque las 6 panelas influye en el volumen total que ocupan? Hagan cálculos para verificar.
- ¿Doña Rosario desea hacer envolturas para las disposiciones de las seis panelas. En todas gastará el mismo papel? Justifiquen su respuesta.

El dibujo muestra la forma que puede tener una de las envolturas para una de las disposiciones de las seis panelas.

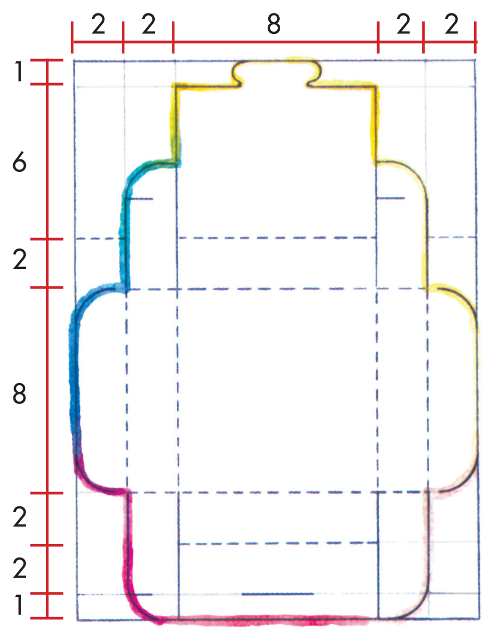


- Dibujen la disposición de las 6 panelas para esta envoltura.
- ¿Qué cantidad de papel se necesitará para esta envoltura?
- Dibujen la envoltura que le corresponde a las siguientes disposiciones de las panelas.





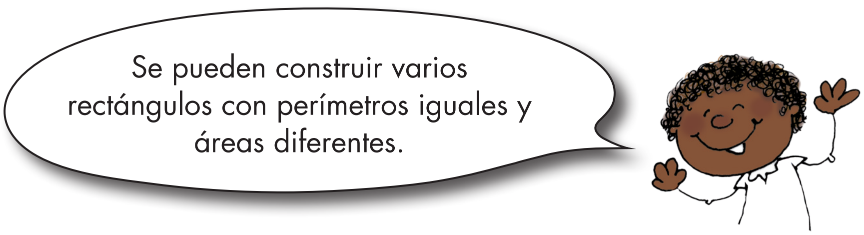
3. Elaboren el siguiente molde para una caja de regalo.



- Sobre cartulina tracen un rectángulo de 16 cm de ancho y 22 cm de largo. Hagan trazos con las medidas que se indican en el dibujo.
- Hagan cortes por las líneas gruesas.
- La base de la cara es un cuadrado cuyo lado mide 8 cm y las otras caras son rectangulares cuyas medidas son 8 cm y 2 cm.
- Calculen el volumen aproximado de la caja.
- El área aproximada de la cartulina que se utilizó.

4. Haz varios rectángulos cuyo perímetro sea 12 cm. Calcula el área de cada uno de ellos y llena la tabla.

Relación entre el perímetro y el área de algunos rectángulos			
Dimensiones del rectángulo		Perímetro	Área
Base	Altura		
1 cm	5 cm		
2 cm			
3 cm			
4 cm			
5 cm			



5. Utiliza una piola, une las puntas y construye el rectángulo que tenga la mayor área posible. Justifica tu respuesta.

6. En la actividad anterior se ha dejado constante el valor del perímetro y ha cambiado el área. Ahora va a variar el perímetro del rectángulo y el área siempre va a ser la misma.

El área de los rectángulos es de 36 cm^2. Completa la tabla.

Relación entre el área y el perímetro de un rectángulo			
Dimensiones del rectángulo		Área	Perímetro
Base	Altura		
1 cm	36 cm		
2 cm			

PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com